

موقع عيون البصائر التعليمي

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية وهران

المقاطعة الأولى (وهران شرق)

الامتحان التجاري لبكالوريا 2022 في مادة الرياضيات

المدة : ثلات ساعات و نصف

الشعبة : تسيير و اقتصاد

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين فقط

الموضوع الأول

التمرين الأول:(4 نقاط) عين في حالة من الحالات التالية الاقتراح الصحيح الوحيد مع التعليل :

1 - مجموعة حلول المتراجحة $-3e^x + 2 > e^x$ هي :

$$S =]-\infty; -\ln 2[\quad \text{(ج)} \quad S =]-\infty; \ln 2[\quad \text{(ب)} \quad S =]\frac{1}{2}; +\infty[$$

2 - دالة معرفة على $[0; +\infty]$ هي دالة اصلية للدالة f على $[1; +\infty]$ بحيث:

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2} \quad \text{(ج)} \quad f(x) = -1+x \quad \text{(ب)} \quad f(x) = \frac{x}{x-1} \quad \text{(أ)}$$

3 - u_1, u_2, u_3 ثلاثة حدود من متالية عدديّة (u_n) إذا كان $u_1 = -1$ فان:

أ - (u_n) متالية هندسية ب - (u_n) متالية لا هندسية لا حسابية ج - (u_n) متالية حسابية.

4 - من أجل كل عدد حقيقي x من $[1; +\infty]$ فإن قيمة العدد $A = \int_{-2}^4 \frac{2x}{(x^2 - 1)^2} dx$ هي :

$$A = \frac{4}{15} \quad \text{(ج)}$$

$$A = \frac{-3}{15} \quad \text{(ب)}$$

$$A = \frac{2}{15} \quad \text{(أ)}$$

5 - دالة معرفة على $\{1\} \cup \mathbb{R}$ وقابلة للاشتباك على مجال تعريفها، يعطى جدول

التمرين الثاني:(4 نقاط)

تغيراتها كما يلي :

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
غيرات f	↑ 2	↓ ∞	↑ +∞	↓ 1

أجب صحيحاً أو خطأ مع التعلييل :

1- المستقيم ذو المعادلة $y=1$ مقارب افقي المنحنى (c_g) .

2- المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلًا وحيدًا على المجال $[1; +\infty]$.

3- مجموعة حلول المتراجحة $0 < (x')^g$ في \mathbb{R} هي :

4- النقطة B ذات الأحداثيات $(-2; 3)$ تتبع إلى المنحنى (c_g) .

الصفحة 1 من 4

التمرين الثالث: (40 نقاط)

1- لتكن المتالية (u_n) المعرفة على N بـ $u_0 = -1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + \frac{4}{3}$

ا- برهن بالترابع انه من أجل كل عدد طبيعي n : $-1 \leq u_n \leq 0$.

ب- بين ان المتالية (u_n) متزايدة تماما على N ثم استنتج أنها متقاربة.

2- لتكن المتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي بـ $v_n = u_n - 2$

أ- برهن أن المتالية (v_n) حسابية يطلب تعين أساسها q و حدتها الاول.

ب- اكتب بدالة n كلا من v_n و u_n ثم احسب من جديد $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

ت- احسب بدالة n المجموع $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ حيث أن

التمرين الرابع: (40 نقاط)

(I) الدالة العددية g المعرفة على المجال $[0; +\infty)$ كما يلي :

1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) استنتاج إشارة $g(x)$ على $[0; +\infty)$:

(II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $[0; +\infty)$ كما يلي : $f(x) = -x + e - 2 \frac{\ln x}{x}$ تمثلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(\vec{O}; \vec{i}, \vec{j})$

1) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0; +\infty)$:

ب- استنتاج اتجاه تغير الدالة f ، وشكل جدول تغيراتها

3) 1- بين أن المنحني (C_f) يقبل مستقيم (Δ) مقاربا مائلا يطلب معادلته $y = -x + e$.

ب- حدد وضعية المنحني (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

4)- بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) ، اكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) .

5)- بين أن المنحني (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $2 < \alpha < 2.1$.

6)- أنشئ كلا من المستقيمين (T) و (Δ) ثم المنحني (C_f) .

7)- ا- بين ان الدالة h حيث $h(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2$ هي دالة اصلية للدالة $\frac{\ln x}{x}$ على المجال $[0; +\infty)$.

ب)- أحسب التكامل $\int_1^2 (-x + e - f(x)) dx$ ثم فسر النتيجة بيانيا

الموضوع الثاني

التمرين الأول(2.5ن) اجب ب صحيح او خطأ مع التبرير

1 - مجموعة حلول المتراجحة $(e^x - 2)(e^x + 2) \geq 0$ هي

2 - قيمة التكامل $A = \int_1^4 \left(x^3 + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$ حيث

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{x-1}{x+1}} = 1 \quad - 3$$

التمرين الثاني(5ن)

3- ممتالية عدديّة معرفة u_n على بحدها الأولى $u_0 = 4$ وبالعلاقة التراجعيّة من أجل كل n من \mathbb{N} :

- احسب $u_3; u_2; u_1$

2- بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 4 - \frac{15}{u_n + 4}$

3- برهن بالترابع أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq 1:n$

4- بين أن (u_n) رتبية تماما ثم ستنتج أنها مقارية

5- نعتبر الممتالية (v_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ

(أ) بين ان (v_n) ممتالية هندسية يطلب تعبيين اساسها وحدتها الاول

ب) عبر بدالة n عن v_n ثم

ج) احسب $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n$

د) احسب بدالة n المجموع S_n حيث

التمرين الثالث(4ن)

السلسلة الإحصائية التالية $(M_i; x_i; y_i)$ تمثل نتائج دراسة حول منتج مستهلك حيث x_i هو الثمن بالدينار للكيلوغرام و y_i الكمية المطلوبة بالطن

x_i الثمن	100	115	120	130	137	150	165	188	200
y_i الكمية	5.8	5.2	5.1	4.8	4.6	4.3	4	3.7	3.5

- 1- مثل سحابة النقط (M_i) في معلم متوازد (لكل دينار على محور الفواصل و $2cm$ لكل طن على محور التراتيب)
- 2- عين النقطة المتوسطة $(\bar{x}; \bar{y})$ لسحابة النقط ثم مثلها في نفس المعلم
- 3- أ) اكتب المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار (Δ) (يعطى المعاملان مدوران الى 10^{-2})
ب) أنشئ هذا المستقيم في نفس المعلم
- 2- عين النقطة المتوسطة $(\bar{x}; \bar{y})$ لسحابة النقط ثم مثلها في نفس المعلم
- 3- أ) اكتب المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار (Δ) (يعطى المعاملان مدوران الى 10^{-2})
ب) أنشئ هذا المستقيم في نفس المعلم
- ج) احسب الكمية المطلوبة للمنتج بالنسبة لثمن مقداره 245 دينار للكيلوغرام

التمرين الرابع(5.08ن) **الجزء الأول** f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ

(C_f) تمثلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتوازد والمتجانس $(\vec{O}; \vec{i}, \vec{j})$

1- عين العددين الحقيقيين a, b بحيث يكون من أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{1\}$:

2- احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالي مجموعة تعريفها ، مفسرا النتائج هندسيا

$$f'(x) = \frac{-3}{(x-1)^2}$$

3- شكل جدول تغيرات الدالة f

4- بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلًا وحيدا α حيث $-2.2 < \alpha < -1.9$

5- استنتج إشارة $f(x)$ حسب قيم x من $\mathbb{R} - \{1\}$

الجزء الثاني

g الدالة العددية المعرفة على $[1; +\infty) \cup [-2; 1]$ بـ

(C_g) تمثلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتوازد والمتجانس $(\vec{O}; \vec{i}, \vec{j})$

1- احسب نهايات الدالة g عند أطراف حدود مجالي مجموعة التعريف

$$g'(x) = \frac{x^2 + x - 5}{(x+2)(x-1)}$$

2- شكل جدول تغيرات الدالة g

3- بين المنحنى (C_g) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y = x + 1$

4- ادرس الوضع النسبي بين (C_g) و (Δ)

5- أنشئ المستقيمات المقاربة و المستقيم (Δ) والمنحنى (C_g)

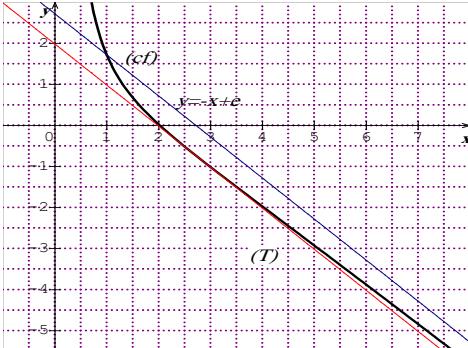
6- بين أنه من أجل $x \in [1; +\infty)$ يكون : $g(x) = x + 1 + \ln(x+2) - \ln(x-1)$

7- بين أن الدالة G المعرفة على $[1; +\infty)$ هي الدالة الأصلية للدالة g على المجال $[1; +\infty)$

8- احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_g) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 2$; $x = 3$

الموضوع الأول

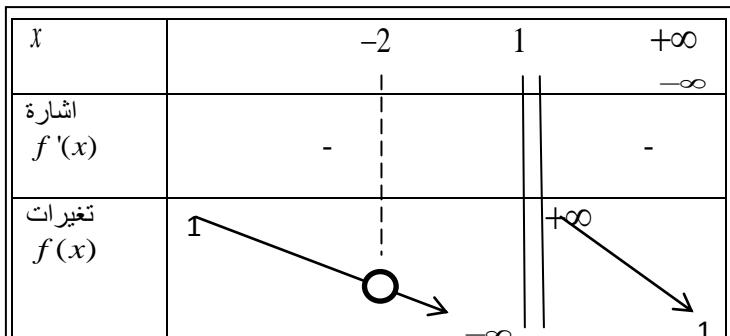
النقطة	الاجابة النموذجية	التمرين
0.75+0.25 0.75+0.25 0.75+0.25 0.75+0.25	<p>اقتراءاتك 1)- الاجابة ج- $S =]-\infty; -\ln 2]$ 2)- الاجابة أ- $f(x) = \frac{x}{x-1}$ 3)- الاجابة ب- المتالية لا حسابية ولا هندسية 4)- الاجابة ج</p>	تمرين الأول
0.75+0.25 0.75+0.25 0.75+0.25 0.75+0.25	<p>صحيح أو خطأ 1- صحيح لأن $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 1$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ 2- صحيح مبرهنة القيم المتوسطة 3- خطأ لأن 4- خطأ لأن</p>	تمرين الثاني
0.75 0.25+0.75 0.25+0.5 0.25+0.25 0.5 0.5	<p>متاليات 1- البرهان بالتراجع ب)- بما أن الفرق سالب فأن المتالية متناقصة تماما . بما أنها متناقصة ومحدودة فأنها متقاربة 2- المتالية. $v_0 = -3$ هندسية اساسها $q = \frac{1}{3}$ وحدتها الاول . ب- من أجل كل عدد طبيعي . $u_n = -3 \times \frac{1}{3^n} + 2$ و $v_n = -3 \times \frac{1}{3^n}$ ج- $-1 < q < 1$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} v_n = 0$ لأن $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n = 2$ $s_n = -\frac{9}{2} \left(1 - \frac{1}{3^{n+1}}\right) + 2(n+1)$</p>	تمرين الثالث

	دالة لوغارتمية $g(x) = x^2 + 2 - 2\ln x, (Dg =]0; +\infty[)$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ (1) من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما (2) $g'(x) = \frac{2x^2 - 2}{x}$ و متناظرة تماما على $[1; +\infty[$ $g(1) = 3$. من جدول التغيرات من أجل كل عدد حقيقي من (3) $g(x) > 0$ يعني $g(x) > 3$ [لدينا].
0.25+0.25	$f(x) = -x + e - 2\frac{\ln x}{x}$ (II) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ (أ) أ- من أجل $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2} : x \in]0; +\infty[$ (1) ب- اشارة المشقة من اشارة $-g(x)$ ومنه الدالة f متناظرة تماما على وشكل جدول تغيراتها
0.25+0.25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (y)] = 0$ - (3) ب- $[f(x) - (y)] = -\frac{2\ln x}{x}$ الوضعية $x = e$ المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) عند
0.5	المعادلة $y = -x + e - 2e^{(-1)}$ (5)- مبرهنة الفيم المتوسطة (6)- أنشئ كلا من المستقيمين (T) و (Δ) ثم المنحني (C_f). 
0.25	(7)- الاستدلالات $\int_1^2 (-x + e - f(x)) dx = (\ln 2)^2$ (8)- والمنحني (C_f) والمستقيمات ذات المعادلات
0.25+0.5	$x = 2$ و $x = 1$

الموضوع الثاني

التصحيح النموذجي للامتحان التجربى تسيير واقتصاد

التمرين	التفصيط
0.5+0.5	<p>-1 صحيح لدينا $x \geq \ln 2 > 0$ ومنه $e^x - 2 \geq 0$ اذن $e^x + 2 > 0$</p>
0.5+0.25	<p>-2 صحيح لأن $\int_1^4 (x^3 + \frac{1}{\sqrt{x}}) dx = \int_1^4 x^3 dx + \int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \left[\frac{1}{4} x^4 \right]_1^4 + \left[2\sqrt{x} \right]_1^4 = \frac{263}{4}$</p>
0.5+0.25	<p>-3 خطأ لأن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{x+1} = 1$ لأن $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{x-1}{x+1}} = e^1$</p>
3*0.25	<p>التمرين الثاني $u_0 = 4$ $u_{n+1} = \frac{4u_n + 1}{u_n + 4}$</p> <p>حساب الحدود $u_3 = \frac{17}{8}; u_2 = \frac{25}{49}; u_1 = \frac{34}{61}$</p>
0.5	<p>$u_{n+1} = 4 - \frac{15}{u_n + 4} = \frac{4(u_n + 4) - 15}{u_n + 4} = \frac{4u_n + 1}{u_n + 4}$</p> <p>-2 البرهان بالترابع :</p> <p>نبرهن صحة الخاصية من اجل $n=0$ لدينا $u_0 = 4$ ومنه $u_0 > 1$</p> <p>نفرض ان الخاصية صحيحة من اجل n ونبرهن صحتها من اجل $n+1$</p> <p>لدينا $u_n \geq 1$ ومنه $u_n + 4 \geq 5$ اذن $\frac{-1}{u_n + 4} \geq -3$ ومنه $u_{n+1} \geq 1$</p>
0.5	<p>ومنه الخاصية صحيحة -4 دراسة اتجاه التغير</p> <p>$u_n + 4 > 0$ ومنه اشاره الفرق من اشاره البسط لأن $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 + 1}{u_n + 4}$</p> <p>لدينا $-u_n^2 + 1 \leq -1$ اذن $-u_n^2 \leq -1$ ومنه $u_n^2 \geq 1$</p>
0.25	<p>اذن $u_{n+1} - u_n \leq 0$ ومنه نستنتج ان (u_n) متناقصة على \square</p> <p>بما ان المتالية (u_n) متناقصة ومحدودة من الاسفل بـ 1 فهي متقاربة</p>
0.5	<p>-5 لدينا $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$</p> <p>اثبات ان (v_n) هندسية :</p> $v_{n+1} = \frac{u_{n+1} - 1}{u_{n+1} + 1} = \frac{3(u_n - 1)}{5(u_n + 1)}$
2*0.25	<p>ومنه $v_{n+1} = \frac{3}{5} v_n$</p> <p>اذن هندسية اساسها $q = \frac{3}{5}$ وحدها الاول</p>
0.25	<p>-6 كتابة الحد العام</p>

	$v_n = \frac{3}{5} \times \left(\frac{3}{5}\right)^n = \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1}$ $u_n = \frac{-v_n - 1}{v_n - 1} = \frac{-\left(\frac{3}{5}\right)^{n+1} - 1}{\left(\frac{3}{5}\right)^{n+1} - 1}$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n = 1$ ومنه $S_n = \frac{3 \left(1 - \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1}\right)}{2}$ حساب المجموع التمرين الثالث : تمثيل السحابة : النقطة المتوسطة $G(145; 4.55)$ و منه $\bar{x} = 145$; $\bar{y} = 4.55$ معادلة مستقيم الانحدار : $a = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^9 x_i y_i - \bar{x} \bar{y}}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^9 (x_i - \bar{x})^2} = -0.02$ $b = \bar{y} - a \bar{x} = 7.45$ $(\Delta) : y = -0.02x + 7.45$ الانشاء $y = -0.02 \times 245 + 7.45 = 2.55$ التمرين الرابع $f(x) = a + \frac{b}{x-1}$ حيث a, b $f(x) = a + \frac{b}{x-1} = \frac{a(x-1) + b}{x-1}$ $\begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}$ ومنه حساب النهايات $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1 ; \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 ; \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ المشتقة $f'(x) = \frac{1(x-1) - 1(x+2)}{(x-1)^2} = \frac{-3}{(x-1)^2}$ جدول التغيرات												
4*0.25	 <table border="1" data-bbox="500 1808 1230 2144"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>-2</th> <th>1</th> <th>$+\infty$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>اشارة $f'(x)$</td> <td>-</td> <td></td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>تغيرات $f(x)$</td> <td>1</td> <td></td> <td>$+\infty$</td> </tr> </tbody> </table>	x	-2	1	$+\infty$	اشارة $f'(x)$	-		-	تغيرات $f(x)$	1		$+\infty$
x	-2	1	$+\infty$										
اشارة $f'(x)$	-		-										
تغيرات $f(x)$	1		$+\infty$										

5- الدالة f قابلة للاشتقاق ومستمرة على المجال $[-2.2; -1.9]$
و بما انها متناقصة تماما على $f(-2.2) = 0.06; f(-1.9) = -0.03$
فهي رتبية على ولدينا ايضا $f(-2.2) \times f(-1.9) < 0$
اذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فان تقبل حل وحيد

جدول الاشاره :

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
اشارة $f(x)$	+	o	-	+

الجزء الثاني

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty \end{cases}; \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -2^-} g(x) = -\infty \end{cases}$$

$$g'(x) = 1 + \frac{-3(x-1)}{(x-1)^2(x+2)} = \frac{x^2+x-5}{(x-1)(x+2)}$$

جدول الغيرات :

x	$-\infty$	-2.79	-2	1	1.79	$+\infty$
اشارة	+	-		-	+	
تغيرات						

المستقيم المقارب المائل :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) - (x+1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{x+2}{x-1}\right) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) - (x+1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln\left(\frac{x+2}{x-1}\right) = 0$$

ومنه (Δ) مستقيم مقارب مائل ل (C_f) بجوار ∞

الوضع النسبي :

$$g(x) - y = \ln\left(\frac{x+2}{x-1}\right)$$

من جدول التغيرات ل $f(x)$ نجد ان :

(Δ) اذن $\ln\left(\frac{x+2}{x-1}\right) < 0$ لما $x \in]-\infty; -2[$ فان $f(x) < 1 - 1$

(Δ) اذن $\ln\left(\frac{x+2}{x-1}\right) > 0$ فان $x \in]1; +\infty[$ لما $f(x) < 1 - 2$

التمثيل البياني

بما ان $x > 0$ و $x > -1$ فان حسب خواص \ln لدينا

$$g(x) = x + 1 + \ln(x+2) - \ln(x-1)$$

الدالة الاصلية : بحساب المشتقة $G'(x) = g(x)$ نجد ان

0.5 0.25	$A = \int_2^3 g(x) dx = [G(x)]_2^3 = 6.11$
-------------	--

